2019年攻读浙江财经大学硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：892　科目名称：概率论

答案请写答题纸上

一、填空题（20分，每题2分）

1. 已知$P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(B|A)=\dfrac{1}{5}$，$P(A|B)=\dfrac{1}{6}$，则$P(A\cup B)=$__________。

2. 有5封信投入4个信箱，仅有一个信箱没有信的概率为__________。

3. 随机变量ξ为重复独立伯努里试验中开始后第一个连续成功或连续失败的次数，设每次试验成功的概率为p，则ξ的概率分布列为________________。

4. 设ξ的分布函数为$F(x)=\begin{cases}1-e^{-3x}, & x>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，则$\theta=F(\xi)$的概率分布为________________。

5. 设(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}}\exp\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\times[(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1})^2-2r(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1})(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2})+(\frac{y-\mu_2}{\sigma_2})^2]\},$$

则$X+Y$的密度函数为__________________。

6. 连续型随机变量T满足$P(T>t)=\alpha\,\mathrm{e}^{-\lambda t}+(1-\alpha)\,\mathrm{e}^{-\mu t}$，

$t\geq 0,\ 0\leq\alpha\leq 1,\ \lambda,\mu>0$，则$T$的数学期望$ET$=__________________。

7. 随机变量X服从均值为2的指数分布，则$Z=\min(X,3)$的分布函数

$F_Z(z)$=__________________。

8. 设随机变量X, Y, Z两两不相关，数学期望均为零，方差均为1，则$X-Y$与$Y-Z$的相关系数为____________。

9. $\{X_n, n\geq 1\}$独立同分布，均服从参数为 3 的泊松分布，$Y_n=\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k^2$，

则$Y_n \xrightarrow{P}$ ________________。

10. 设随机变量X表示n次独立试验中的成功次数，假设第j次成功的概率为p_j，$j=1,2,\cdots,n$，则X的特征函数为________________。

二、计算题 （120 分, 每题 20 分）

1. 某工厂有四条流水线生产同一种产品，其中每条流水线产量分别占总产量的 15%，20%，30%，35%。根据经验，每条流水线的合格品率分别是 0.9，0.92，0.96，0.98。某客户购买该产品后，发现是不合格品，向厂家提出索赔 20000 元。按规定，工厂要求四条流水线共同承担责任，问每条流水线应该各赔付多少？

2. 一个系统由两个部件和一个转换开关组成，部件的使用寿命均服从均值为λ^{-1}的指数分布，转换开关正常工作或失效的概率都是 1/2，系统初始先由部件 I 工作，部件 II 备用（备用期间不失效），当部件 I 失效时，若转换开关失效，则系统失效；若转换开关没有失效，部件 II 接替部件 I 工作，直至部件 II 失效，系统才失效。假设各部件及转换开关是否失效是相互独立的，求该系统寿命T的分布函数$F(t)$。

3. 设随机变量 X 服从区间$(-1,1)$上的均匀分布，在$X=x$的条件下，随机变量 Y 服从区间$(x,1)$上的均匀分布，其中$-1<x<1$，求：

（1）随机变量X和Y的联合概率密度；

（2）Y的概率密度$f_Y(y)$；

（3）$P(X+Y>1)$。

4. 设 X，Y 相互独立，且均服从均值为 1 的指数分布。求：

（1）$P(X+Y<1)$；

（2）$X/(X+Y)$的密度函数。

5. 已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布列如下：

X_1	-1	0	1
P	1/4	1/2	1/4

X_2	-1	0
P	1/2	1/2

且有 $P(X_1X_2=0)=1$，求：

（1）(X_1,X_2) 的联合分布；

（2）X_1关于X_2 的条件分布；

（3）$E(X_1 \mid X_2=0)$；

（4）$D(X_1+X_2)$。

6. 一家保险公司里有 n 个同类型的人参加某种事故保险，每人每年付 12 元保险费，在一年中一个人发生此事故的概率为 0.006，发生事故时该人可向保险公司领得 1000 元。问：

（1）对该项保险，当 n=10000 时，保险公司亏本的概率多大？

（2）对该项保险，当 n=5000 时，保险公司一年的利润不少于 60000 元的概率有多大？

三、证明题（10 分）

设 $\xi_1,\cdots,\xi_n,\cdots$ 为独立同分布随机变量序列，ξ_1 的概率分布列为 $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$，

令 $\eta_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{\xi_k}{2^k}$，求证 η_n依分布收敛于$U[-1,1]$。