广东财经大学硕士研究生入学考试试卷

**考试年度：**2017年 　　**考试科目代码及名称：**807-概率论与数理统计(自命题)

**适用专业：**071400 统计学

**［友情提醒：请在考点提供的专用答题纸上答题，答在本卷或草稿纸上无效！］**

**一、填空题（10题，每题2分，共20分）**

1. 已知*P*(*A*)=*a*, *P*(*B*)=*b*, *P*(*A*+*B*)=*c*,则*P*($A\overbar{B}$)= 。

2. 设有10个零件，其中3个是次品，任取2个，2个中至少有1个是正品的概率为 。

3. 如果每次实验的成功率都是*p*，并且已知在三次独立重复试验中至少成功一次的概率为26/27，则*p*= 。

4. 设连续型随机变量*X*的分布函数为，则当时，*X*的概率密度 。

5. 设二维随机变量（*X*, *Y*）的概率密度函数为



则c= 。

6. 若*D*(*X*)=0.009，利用契比雪夫不等式知$P\left\{\left|X-E\left(X\right)\right|<0.3\right\}\geq $ 。

7. 设总体*X*的方差为1，从中抽取一个容量为100的简单随机样本，测得样本均值为5。则*X*的数学期望的置信度为0.95的置信区间为 。(*u*0.95=1.65, *u*0.975=1.96)

8. 设$\hat{θ}\_{1}$和$\hat{θ}\_{2}$是未知参数的两个无偏估计，如果$D\left(\hat{θ}\_{1}\right)<D\left(\hat{θ}\_{2}\right)$，则更为有效的估计是 。

9. 设0.01是假设检验中犯第一类错误的概率，*H*0为原假设，则= 。

10. 已知一元线性回归方程为$\hat{y}=\hat{β}\_{0}+3x$,且$\overbar{x}$=2, $\overbar{y}$=8，则$\hat{β}\_{0}$=\_\_\_\_\_\_。

**二、选择题（5题，每题2分，共10分）**

1. 设随机变量*X*服从参数*λ*=2的指数分布，则下列结论中正确的是（ ）

 A．， B．，

 C．， D．，

2. 下列函数中，可以作为某一随机变量的概率密度函数的是（ ）

 A.  B. 

 C.  D. 

3. 设随机变量*X*与*Y*相互独立，且*X～B*(16，0.5)，*Y*服从参数为9的泊松分布，则*D*(*X*-2*Y*+3)=( )

 A. -14 B. -11 C. 40 D. 43

4. 设随机变量*X*服从正态分布*N*(*μ*, *σ*2)，则随*σ*的增大，概率$P\left\{\left|X-μ\right|<σ\right\}$（ ）

 A. 单调增大 B. 单调减小 C. 保持不变 D. 非单调变化

5. 设总体*X*和*Y*都服从正态分布*N*(0,32)，而*x*1, *x*2, ... , *x*9和*y*1, *y*2, ... , *y*9分别是来自总体*X*和*Y*的简单随机样本，则统计量$U=\frac{x\_{1}+x\_{2}+…+x\_{9}}{\sqrt{y\_{1}^{2}+y\_{2}^{2}+…+y\_{9}^{2}}}$ 服从（ ）

 A. *t*(9) B. *t*(8) C. *χ*2(9) D. *χ*2(8)

**三、计算题（6题，每题10分，共60分）**

1. 设随机变量X的概率密度函数为



求：（1）X的分布函数；（7分）

（2）X的取值落在区间[$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$]的概率。（3分）

2. 一矿工被困在有三个门的矿井里。第一个门通一坑道，沿此坑道走2个小时可到达安全区；第二个门通一坑道，沿此坑道走3个小时又回到原处；第三个门通一坑道，沿此坑道走7个小时也回到原处。假定矿工总是等可能地在三个门中选择一个，试求他平均要用多少时间才能到达安全区。

3. 两台车床加工同样的零件，第一台出现不合格品的概率是0.03，第二台出现不合格品的概率是0.06，加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件数比第二台加工的零件数多一倍。

（1）求任取一个零件是合格品的概率；（6分）

（2）如果取出的零件是不合格品，求它是由第二台车床加工的概率。（4分）

4. 设*X*与*Y*的联合密度函数为



求：（1）边际密度函数$p\_{X}(x)$和$p\_{Y}(y)$；（8分）

（2）*X*与*Y*是否独立？（2分）

5. 已知随机变量*X*~*N*(2,4)，*Y*~*N*(3,9)，*X*和*Y*的相关系数$ρ\_{XY}$=-0.5。设$Z=\frac{1}{2}X+Y$,求$Z$的方差。

6. 设总体概率密度函数为$p\left(x;θ\right)=θc^{θ}x^{-(θ+1)}，x>c$，其中*c*>0为已知，$θ>1$，为未知参数。*x*1, *x*2, ... , *xn*是样本，试求未知参数的最大似然估计。

**四、应用题（2题，每题15分，共30分）**

1. 已知一批钢管内径服从正态分布*N*(*μ*, *σ*2)，现从中随机抽取10根，测得其内径(单位：mm）分别为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 内径 | 编号 | 内径 |
| 1 | 100.36 | 6 | 100.31 |
| 2 | 100.85 | 7 | 99.99 |
| 3 | 99.42 | 8 | 100.11 |
| 4 | 99.91 | 9 | 100.64 |
| 5 | 99.35 | 10 | 100.1 |

试分别在下列条件下进行显著性水平*α*=0.05的假设检验，判断该批钢管的平均内径是否等于100mm。（*u*0.975=1.96,*u*0.95=1.65，*t*0.975(9)=2.2622, *t*0.95(9)=1.8331, *t*0.975(10)=2.2281, *t*0.95(10)=1.8125）

（1）已知*σ*=0.5；（7分）

（2）*σ*未知。（8分）

2. 某柜台做顾客调查，设每小时到达柜台的顾额数*X*服从泊松分布，则*X*~*P*（*λ*），若已知*P*(*X*=1)= *P*(*X*=2)，且该柜台销售情况*Y*（千元），满足*Y*=2*X* 2+1.

（1）求参数*λ*的值；（4分）

（2）求一小时内至少有一个顾客光临的概率；（5分）

（3）求该柜台每小时的平均销售情况*E*(*Y*).（6分）

**五、证明题（2题，每题15分，共30分）**

1. 设随机变量*X*的概率密度函数为

 

证明：随机变量*X*与服从同一分布。

2. 设*A*，*B*是二随机事件，随机变量

 

证明：随机变量*X*和*Y*不相关的充分必要条件是事件*A*和*B*相互独立。