

机密★启用前

# 重 庆 邮 电 大 学

## 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 高等数学

科目代码： 601

### 考生注意事项

- 1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
- 2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
- 3、填（书）写必须使用 0.5mm 黑色签字笔。
- 4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
- 5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每小题 4 分，共 32 分）

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \int_0^{x^2} \cos t^2 dt}{\sin^{10} x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 设函数  $y = y(x)$  由方程组  $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t + 3 \\ e^x \sin t - y + 1 = 0 \end{cases}$  确定，则

$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 不定积分  $\int \ln(1+x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设  $\vec{a} = \{4, -3, 4\}, \vec{b} = \{2, 2, 1\}$ ，则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的投影为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知点  $M(1, 1, 1), A(2, 2, 1), B(2, 1, 2)$ ，则  $\triangle AMB$  所在平面的方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 定积分  $\int_{-1}^1 \frac{6x^5 + x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 函数  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  展成  $x-1$  的幂级数，其展开式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 设曲面  $S$  是平面  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$  在第一卦限的部分，这曲面积分

$I = \iint_S \left( 2x + \frac{4}{3}y + z \right) d\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、单项选择题（每小题 4 分，总计 24 分）：

9. 设函数  $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x}{x-1}} - 1}$ ，则（ ）。

(A)  $x=0, x=1$  都是  $f(x)$  的第一类间断点，

(B)  $x=0, x=1$  都是  $f(x)$  的第二类间断点，

(C)  $x=0$  是  $f(x)$  的第一类间断点， $x=1$  是  $f(x)$  的第二类间断点，

(D)  $x=0$  是  $f(x)$  的第二类间断点,  $x=1$  是  $f(x)$  的第一类间断点。

10、曲线  $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$  绕  $x$  轴旋转一周所得曲面方程为 ( )。

(A)  $x^2 - 2y^2 + z^2 = 1$ ; (B)  $x^2 - 2y^2 - 2z^2 = 1$ ;

(C)  $x^2 - 2y^2 - z^2 = 1$ ; (D)  $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1$

11、设反常积分  $I_1 = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+x)} dx$ 、 $I_2 = \int_0^1 \frac{1}{x(1+x)} dx$ , 则 ( )。

(A)  $I_1$  与  $I_2$  都收敛

(B)  $I_1$  与  $I_2$  都发散

(C)  $I_1$  收敛,  $I_2$  发散

(D)  $I_1$  发散,  $I_2$  收敛。

12. 设  $y_1(x)$  是  $y' + p(x)y = 0$  的解,  $y^*(x)$  是  $y' + p(x)y = q(x)$  的解, 则方程

$y' + p(x)y = q(x)$  的通解是 ( )。

(A)  $C(y_1(x) + y^*(x))$  (B)  $Cy_1(x) + y^*(x)$

(C)  $y_1(x) + Cy^*(x)$  (D)  $Cy_1(x) - y^*(x)$

13. 已知  $\int f(x)dx = e^{2x} + C$ , 则函数  $f(x)$  的  $n$  阶导数为 ( ) (其中  $n$  为正整数)。

(A)  $e^{2x}$  (B)  $2^{n+1}e^{2x}$  (C)  $2^{n-1}e^{2x}$  (D)  $2^n e^{2x}$ 。

14. 下列级数中, 收敛的是 ( )。

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{\pi}{n}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left[ \frac{n}{n+1} \right]$

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$

三、解答题 (每小题 10 分, 共 70 分, 解答应写出演算步骤或证明过程)

15. 设  $z = x\varphi(y^2, xy)$ , 其中  $\varphi(u, v)$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。
16. 设方程  $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$  确定了隐函数  $z = z(x, y)$ ,  
 (1) 求  $dz$ ,  
 (2) 求曲面  $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$  在点  $(1, 2, -1)$  处的切平面方程。
17. 设  $f(x) = \int_1^x e^{-y^2} dy$ , 求  $I = \int_0^1 x^2 f(x) dx$ 。
18. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+3)x^{n-1}$  的收敛半径、收敛域及和函数。
19. 设函数  $f(x)$  为可导函数, 且满足:  $f(x) + 2\int_0^x f(t) dt = x^2$ , 求  $f(x)$ 。
20. 求微分方程  $(1+x^2)y'' = 2xy'$  满足初始条件  $y(0) = 1, y'(0) = 3$  的特解。
21. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} xz dy dz + y^2 z dx$ , 其中  $\Sigma$  是旋转抛物面  $z = x^2 + y^2$  ( $0 \leq z \leq 1$ ) 的下侧。

四、综合应用题 (每小题 12 分, 共 24 分, 解答应写出演算过程)

22. 设某工厂生产  $A$ 、 $B$  产品的产量分别为  $x$  和  $y$  时, 其利润函数为:  $L(x, y) = 64x - 2x^2 + 4xy - 4y^2 + 32y - 14$ , 求该工厂生产  $A$ 、 $B$  产品的产量分别为多少时利润最大?
23. 设曲线积分  $\int_L (e^y + 2x)dx + (xe^y)dy$ , 其中  $L$  为  $xoy$  平面上一条有向曲线,  
 (1) 证明: 该曲线积分在整个  $xoy$  平面上与路径无关,  
 (2) 若  $L$  是曲线  $y = \sin(\frac{\pi}{2}x^2)$  上由  $(0,0)$  到  $(1,1)$  的一段弧,

计算  $I = \int_L (e^y + 2x)dx + (xe^y)dy$ ,